Takiacademy | Présentation PowerPoint
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/14-chapitre-12-calcul-integral/lessons/118942-correction-magazine-ndeg3-integrales/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts
Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

Exercice 3 — 30 min — 4 pt

Rappels : f est une fonction continue sur I et $a \in I$. La fonction F définie sur I par $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ est dérivable sur I et on a $F'(x) = f(x)$

1) $t \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$ est continue sur $]-1,1[$ car $t \mapsto 1-t^2$ est continue et strictement positive sur $]-1,1[$ et on a $\frac{\sqrt{2}}{2} \in]-1,1[$ donc F est dérivable sur $]-1,1[$

$\forall x \in]-1,1[$ $\quad F'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

2)a) On pose $u(x) = \cos(x)$ et $v(x) = \sin(x)$

u est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ et $\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ on a

$u'(x) = -\sin(x) < 0$

Donc $u(]0, \frac{\pi}{2}[) =]u(\frac{\pi}{2}), u(0)[=]0,1[$

v est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ et $\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ on a

$v'(x) = \cos(x) > 0$

Donc $v(]0, \frac{\pi}{2}[) =]0,1[\subset]-1,1[$

Donc F est dérivable sur $v(]0, \frac{\pi}{2}[)$ donc $F \circ v$ est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$

D'où $G = F \circ u - F \circ v$ est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$

www.takiacademy.com

$\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ on a :

$G'(x) = u'(x) \cdot F'(u(x)) - v'(x) \cdot F'(v(x))$

$= -\sin(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2(x)}} - \cos(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(x)}}$

$= -\sin(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin^2(x)}} - \cos(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2(x)}}$

$\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ $\sin(x) > 0$ et $\cos(x) > 0$

$= -\sin(x) \cdot \frac{1}{\sin(x)} - \cos(x) \cdot \frac{1}{\cos(x)}$

$= -1 - 1 = -2$

Ainsi $\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ $\quad G'(x) = -2$

b) on a $G'(x) = -2$ $\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

donc $G(x) = -2x + c$

or $G(x) = F(\cos(x)) - F(\sin(x))$

alors $G(\frac{\pi}{4}) = F(\cos(\frac{\pi}{4})) - F(\sin(\frac{\pi}{4}))$

$= F(\frac{\sqrt{2}}{2}) - F(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$

Donc $G(\frac{\pi}{4}) = 0 \iff -2 \times \frac{\pi}{4} + c = 0 \iff c = \frac{\pi}{2}$

D'où $\quad G(x) = -2x + \frac{\pi}{2}$

www.takiacademy.com

0 interactions

Correction-Magazine1-(Intégrales)
Magazine2-(Intégrales)
Correction-Magazine2-(Intégrales)
Magazine3-(Intégrales)
Correction-Magazine3-(Intégrales)
Magazine4-(Intégrales)
Correction-Magazine4-(Intégrales)
Magazine5-(Intégrales)
Correction-Magazine5-(Intégrales)
Magazine N°6- (Intégrales)
Correction Magazine N°6- (Intégrales)

62b9d3279b14f_M....pdf | 62b9d47fcff24_Ma....pdf | 62b9d4e65dbc7_....pdf | 62b9d25ae56ce_M....pdf | 62e1194082e84_M....pdf | Tout afficher
16:44